



Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
56° Aniversario 1953 – 2009
II Congreso de Ciencias

Como pensar como matemático... o algo así. (Sugerencias para estudiantes de matemáticas)

H. Flores



San Nicolás de los Garza Nuevo León, Octubre 5 2009

floresuanl@gmail.com

Pensamiento Matemático



Lo que te va a distinguir "allá afuera" no es tanto el saber cálculo, ecuaciones diferenciales o álgebra lineal, sino tu forma especial de pensar y analizar los problemas y las situaciones.

Acostumbrado a ...

- ... entender cosas difíciles.
- ... buscar relaciones (causa-efecto).
- ... enfrentarse a problemas (situaciones nuevas).
- ... enfocar desde distintas perspectivas.
- ... distinguir lo verdadero de lo solo parece verdadero.
- ... no ser engañado.





Falta un peso

Tres amigos llegan a rentar cada uno una habitación, pero en el hotel sólo queda una. El recepcionista dejó al botones encargado por unos minutos. El muchacho les cobra \$30 por la habitación y cada uno de los amigos dan \$10.

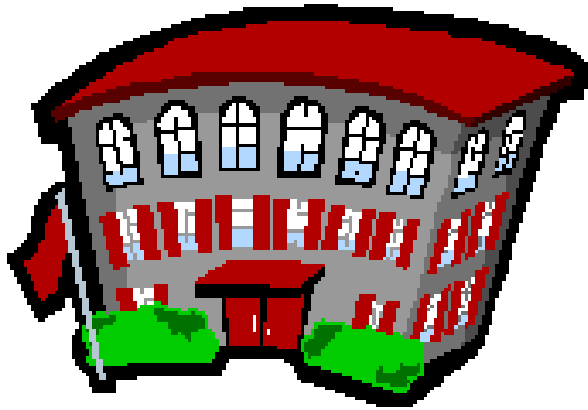
Al regresar el recepcionista el muchacho le da el dinero, pero este le hace devolver \$5 a las personas que rentaron la habitación puesto que el costo era de \$25 pesos. En el camino el muchacho se queda con \$2 y al llegar al cuarto les regresa \$1 a cada uno. Los amigos se quedaron contentos puesto que pagarón solamente \$27.

Si a estos sumamos los \$2 que el muchacho tomó dan \$29 y no los \$30 que pagaron al principio.

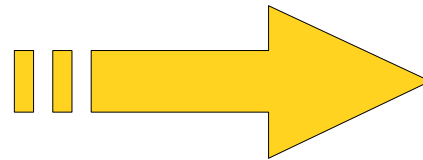
Entonces, ¿en dónde quedo el \$1 que falta?



Justificación



Escuela / Prepa



Universidad

En general...

- Independencia
- Proactividad
- Organización (personal) ... y en particular?



Leer Matemáticas



Observaciones:

- *Lectura rápida... mala idea.*
- *Rara vez hay palabras superfluas.*

Sugerencias:

- *Leer con un objetivo.*
- *Elige libros de nivel adecuado pero explora.*
- *Usa lápiz y papel... mucho.*
- *No leas como una novela (linealmente).*
- *No leas y releas...*
- *Vuelve a leer (después de un tiempo).*
- *Resuelve los ejercicios.*
- *Haz resúmenes.*

Tarea: Consigue tres libros de alguna materia que curses. Busca como definen el mismo concepto de formas distintas y escribe las diferencias y semejanzas.



Leer Matemáticas



Que significa la palabra ES ?

- 5 es la raíz cuadrada de 25.
- 5 es menor a 7.
- 5 es un número primo.

En cada ejemplo la palabra "ES" tiene un significado muy diferente.

Igualdad / Tiene una propiedad / Elemento de un conjunto.

- Monterrey es la capital de Nuevo León.
- Monterrey es caluroso.
- Monterrey es una ciudad de México.

En matemáticas, cada palabra tiene un significado específico.



Escribir Matemáticas



Como maestro una de los objetivos principales (y difíciles) es lograr que los alumnos escriban matemáticamente correcto. Las primeras tareas escritas son ensaladas de símbolos incomprensibles.

- La respuesta correcta no es suficiente.*
- El procedimiento debe estar claramente organizado.*
- Date a entender. Si el maestro no entiende tu solución... está mal.*

Sugerencias:

- Explica lo que estas haciendo o quieres hacer.*
- Justifica tus afirmaciones.*
- Escribe exactamente lo quieres decir. (Ej. $f(x)=5$)*
- Pide a tus amigos que lean tu tarea.*
- Comprende la diferencia entre: expresión, ecuación, fórmula,...*
- No uses aproximaciones numéricas (a menos que ese sea el problema).*
- (Ab)uso de símbolos: \Rightarrow , \in , $=$, ...*



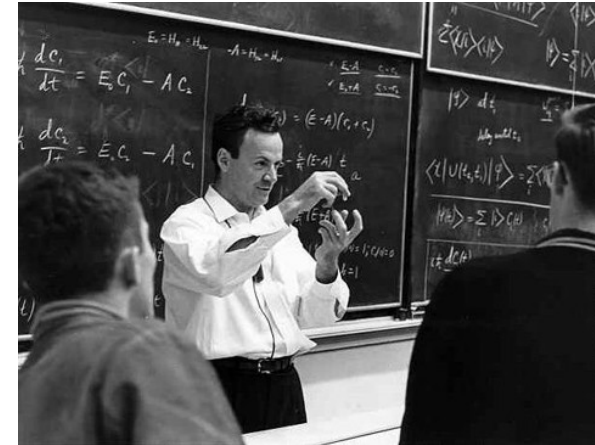
Resolviendo Problemas



Ejercicios vs Problemas

Pasos para resolver un problema (Feynman)

- 1) *Escribe el problema.*
- 2) *Piensa mucho.*
- 3) *Escribe la solución*



Pasos para resolver un problema (Polya)

- 1) *Entiende el problema.*
- 2) *Decide un plan.*
- 3) *Efectua el plan.*
- 4) *Mira hacia atrás.*



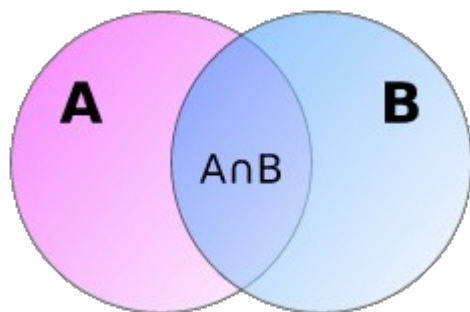


En que enfocarse?



floresuanl@gmail.com

Conjuntos



Un conjunto...

... una colección bien definida de "objetos".

Podemos concentrarnos en *objetos matemáticos*.

- *Número (naturales, enteros, racionales, irracionales, trascendentes, algebraicos, reales, hiperreales, complejos, cuaternios, ...)*
- *Expresiones algebraicas (monomios, polinomios, fracciones algebraicas, ...)*
- *Operaciones (suma, resta, multiplicación, ...)*
- *Puntos, rectas, planos, ...*
- *Relaciones, funciones, ...*
- *Espacios, conjuntos, ...*

Todos estos "objetos" se definen a partir de conjuntos!

Pensamiento Lógico



La lógica es en esencia simple, a pesar de tener fama de ser difícil.

Matemática es el negocio de verificar que una afirmación es falsa o verdadera.

Definir con precisión lo que es una afirmación es (inesperadamente) difícil.

Afirmación: *Una frase que puede ser falsa o verdadera pero no ambas.*

Imagina que hay monedas en una mesa. Las cuentas y resulta que son tres.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

1. *Hay una moneda en la mesa.*
2. *Hay dos monedas en la mesa.*
3. *Hay tres monedas en la mesa.*
4. *Hay cuatro monedas en la mesa.*



Moraleja: Se "habla" distinto en matemáticas y en la vida diaria.





$$P \Rightarrow Q$$

P: Afirmación lógica.

Q: Afirmación lógica.

$(P \Rightarrow Q)$: Afirmación lógica.

P se llama "Hipótesis", Q se llama "Tesis"

Ejemplo 1

P: "x es número primo mayor a 2"

Q: "x es un número impar"

¿ $(P \Rightarrow Q)$ es falso o verdadero?

Ejemplo 2

P: " $-1=1$ "

Q: " $1=1$ "

$(P \Rightarrow Q)$ es verdadero !

Equivale a $(-1=1)$ implica $(1=1)$.

De hecho se puede demostrar CUALQUIER COSA usando solo una afirmación falsa!!!

P	Q	$P \Rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Observación:

$P \Rightarrow Q$ no nos garantiza que Q es verdadero!!!

Nos dice que si P fuera verdadero, entonces Q también lo sería.



Algo más sobre $(P \Rightarrow Q)$



Errores comunes

$(P \Rightarrow Q)$ no es lo mismo que $(\sim P \Rightarrow \sim Q)$

$(P \Rightarrow Q)$ no es lo mismo que $(Q \Rightarrow P)$

Considera las afirmaciones...

1: *"Si no limpias tu cuarto, no comerás dulces."*

2: *"Si limpias tu cuarto, comerás dulces."*

3: *"Si eres matemático, entonces eres inteligente."*

4: *"Si eres inteligente, entonces eres matemático."*

La contrapositiva

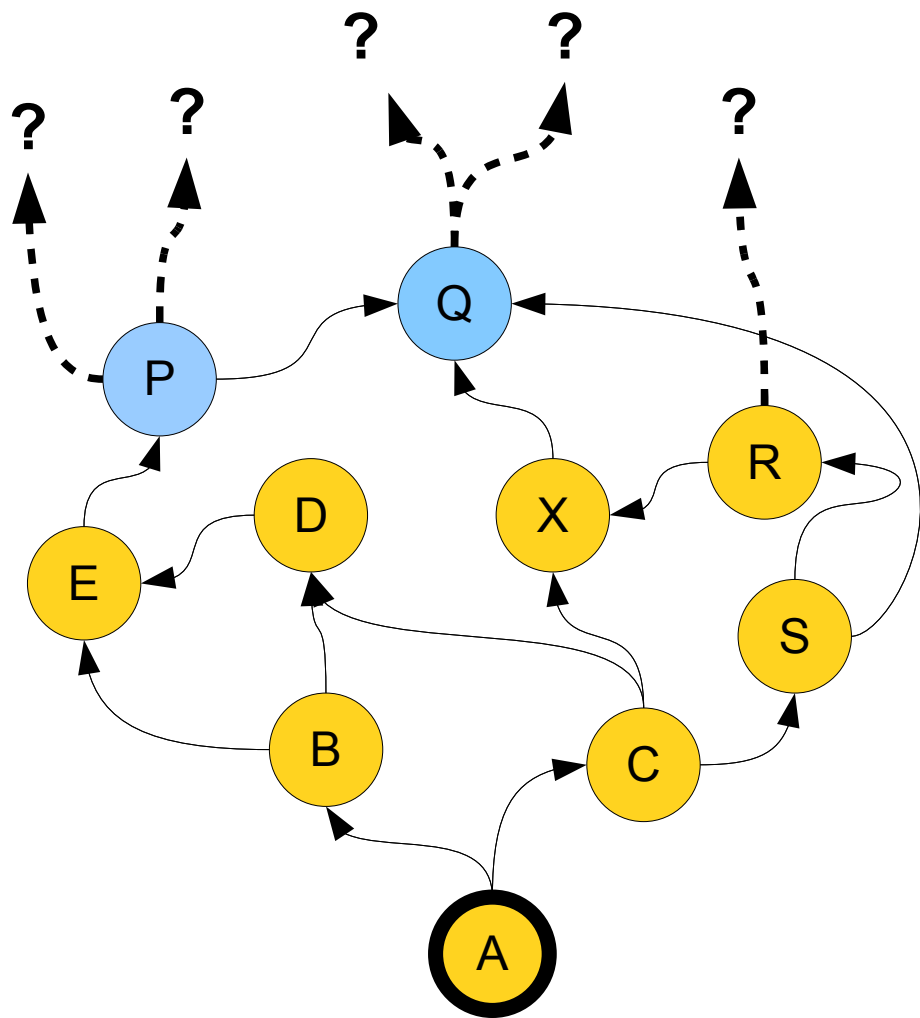
$(P \Rightarrow Q)$ es lo mismo que $(\sim Q \Rightarrow \sim P)$

5: *"Si x es un número primo mayor a 2, entonces es un número impar."*

6: *"Si x no es un número impar, entonces x no es número primo mayor a 2"*



No hay "verdades absolutas"



Este es el trabajo actual de los matemáticos.

Esto es la matemática

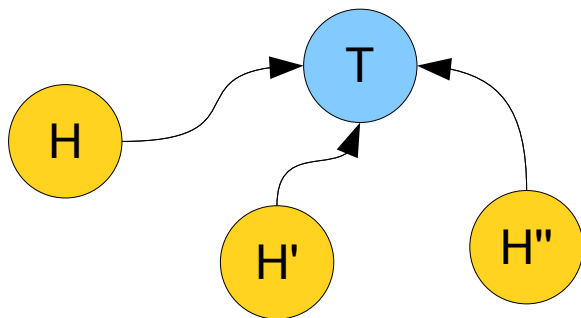
Axiomas, postulados, etc...



Teoremas

Principales sugerencias para leer teoremas.

- *Leer cada palabra asegurarse de conocer todas las definiciones.*
- *Encontrar suposiciones y conclusiones (hipótesis y tesis)*



Teorema

En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Hipótesis:

- El triángulo es rectángulo.

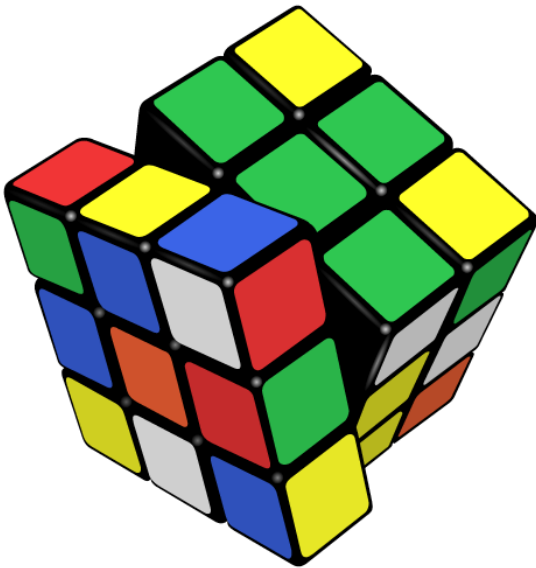
Tesis:

- El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

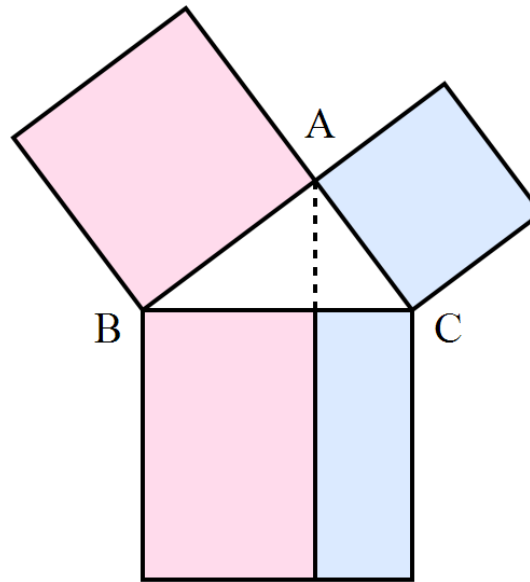
De que se trata la Matemática?



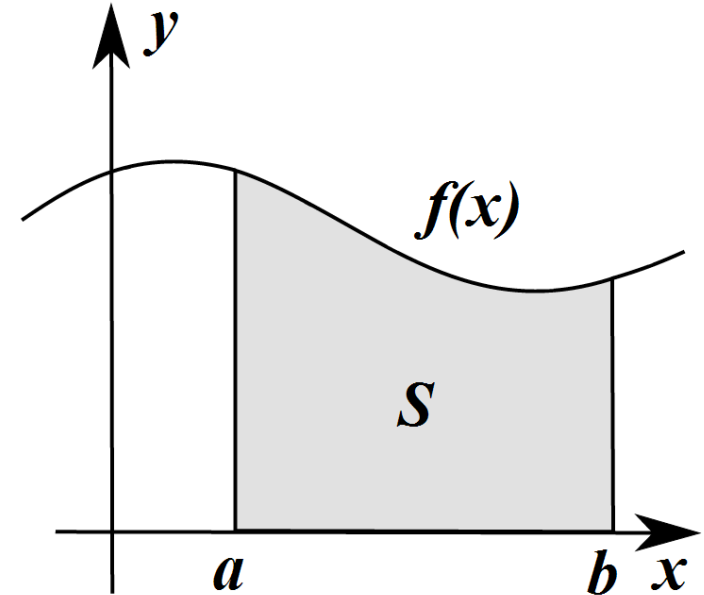
Intento de clasificación...



Algebra



Geometría



Análisis

- *Pensamiento algebraico (manipulación simbólica, ...).*
- *Pensamiento geométrico (imaginación, visualización, ...).*
- *Pensamiento analítico (procesos infinitos, límites, ...).*



En conclusión

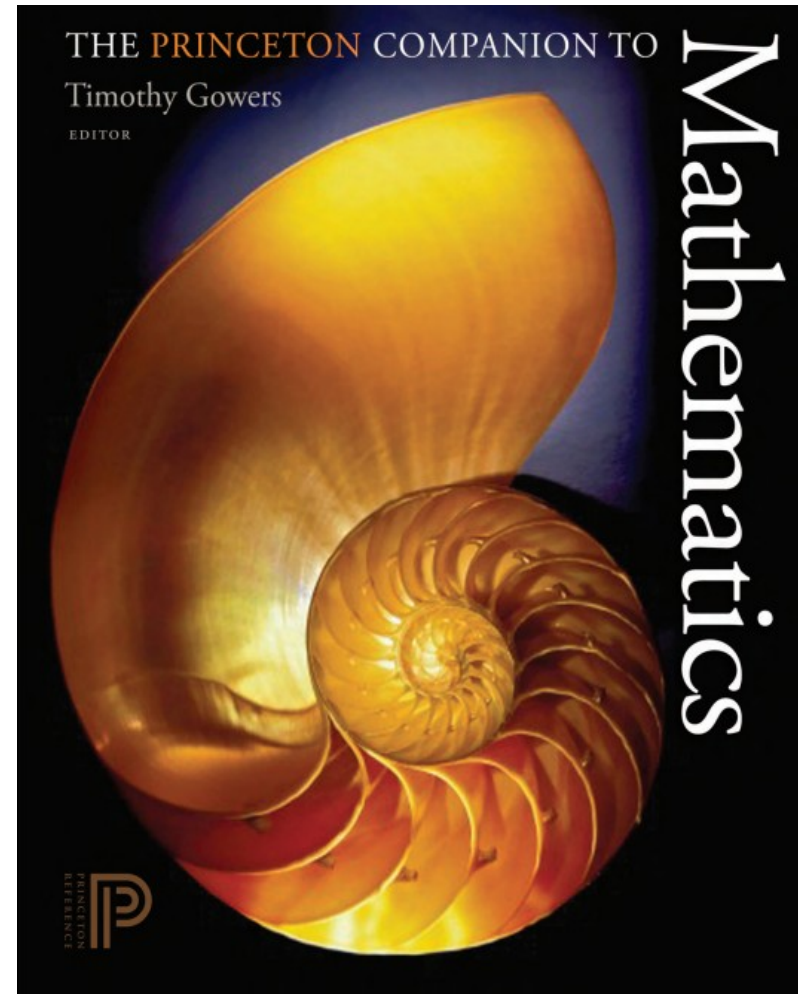
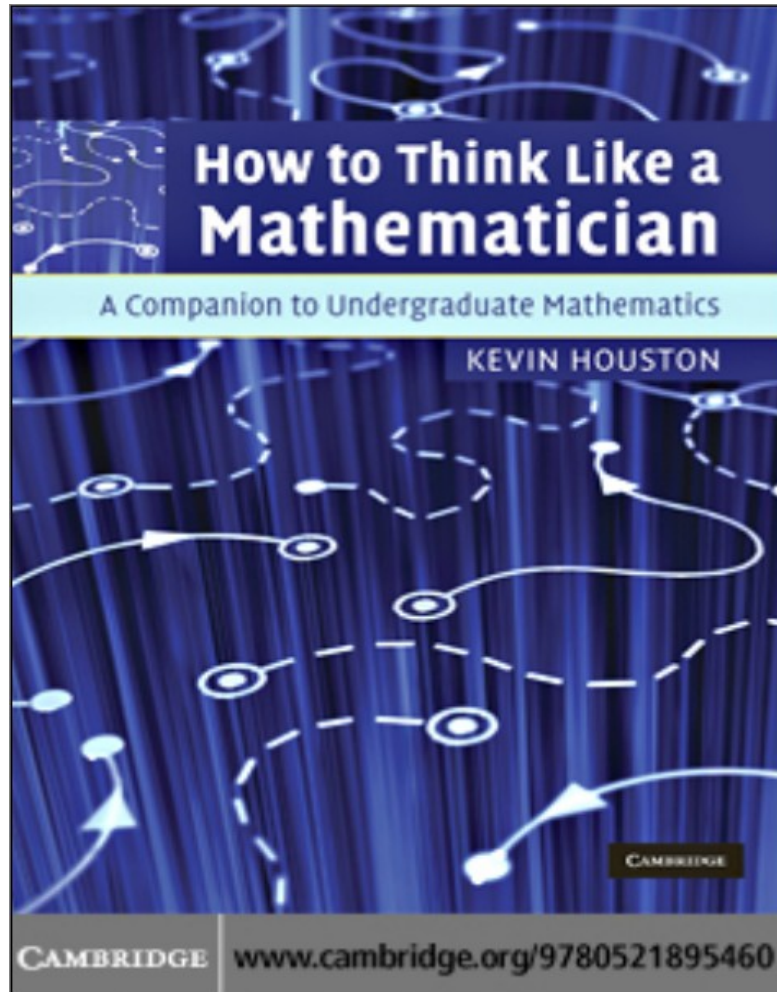


- *No espero que en estos minutos haya cambiado significativamente su forma de pensar*
- *Pero si espero que se den cuenta de que ese cambio es necesario.*

- *Lean matemáticas.*
- *Discutan con quien puedan (o con quien se deje).*
- *Resuelvan los ejercicios.*
- *Intenten los de problemas.*
- *No se conformen con lo que viene en el programa de estudios.*
- *Analicen los teoremas a detalle.*
- *Aprendan: Teoría de Grupos, Lógica Matemática, ...*
- *Usen todos los tipos de pensamientos matemáticos.*

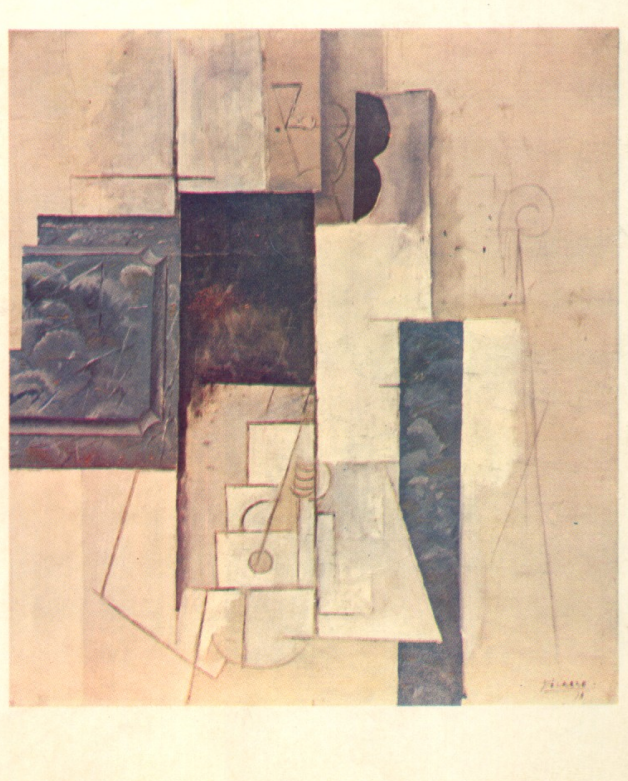


Referencias



floresuanl@gmail.com

Preguntas



*"Las computadoras son inútiles,
solo pueden darte respuestas."*

Pablo Picasso



floresuanl@gmail.com